

2.5 节点电压法

当电路中网孔数量较多时,应用网孔电流法进行电路计算也比较烦琐,通常可选取节点电压为电路的变量(未知量)列出方程。这种方法广泛应用于电路的计算机辅助分析,已成为网络分析中最重要的方法之一。



2.5.1 节点电压法介绍

1. 节点电压

在电路中任意选一节点作为参考节点,电路其余节点称为独立节点。独立节点与参考节点之间的电压称为节点电压。假设节点电压的参考方向总是由独立节点指向参考节点,且参考节点电位为零,则节点电压等于节点电位。例如,在如图 2-29 所示的电路中,如果选择节点 3 作为参考节点,则节点 1、2 为独立节点,它们与节点 3 之间的电压就称为节点电压,可以用 u_{n1} 、 u_{n2} 表示,其参考方向由独立节点指向参考节点。

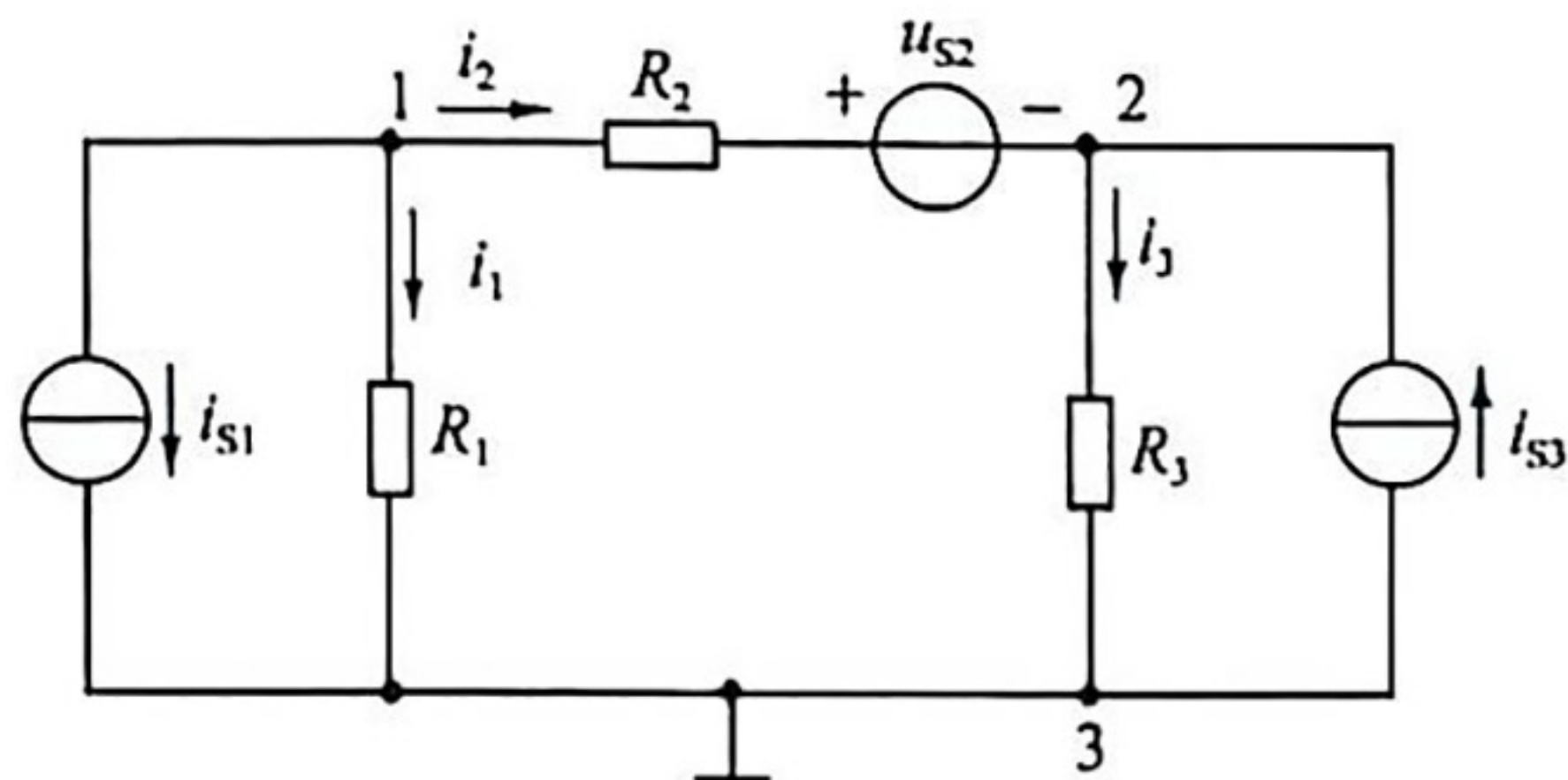


图 2-29 节点电压法举例

电路中所有支路电压都可以用节点电压表示。对于连接在独立节点和参考节点之间的支路,它的支路电压就是节点电压;对于连接在各独立节点之间的支路,它的支路电压则是两个相关的节点电压之差。

在图 2-29 所示的电路中,支路 13、23 接在独立节点和参考节点之间,其支路电压为

$$u_{13} = u_{n1}, u_{23} = u_{n2}$$

而支路 12 接在独立节点 1、2 之间,其支路电压为

$$u_{12} = u_{n1} - u_{n2}$$

因此,只要求出节点电压,就能确定所有支路的电压。

2. 节点的自电导与互电导

与电路中节点直接相连接的支路所有电导之和,称为该节点的自电导,简称自导。电路中相邻节点共有的电导,称为两个节点的互电导,简称互导。相邻节点的互导相等。

由于假设节点电压的参考方向总是由独立节点指向参考节点,所以各节点电压在自导中引起的电流总是流出该节点的,因而自导总是正的;另一节点电压通过互导引起的电流总

是流入该节点的,因而互导总是负的;两个节点之间没有电导时,互导为零。

根据上述定义,在图 2-29 所示电路中,节点 1、2 的自导分别为

$$G_{11} = G_1 + G_2 = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}, G_{22} = G_2 + G_3 = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

节点 1、2 的互导为

$$G_{12} = G_{21} = -G_2 = -\frac{1}{R_2}$$

3. 节点电压方程

在图 2-29 所示的电路中, $u_{12} = u_{n1} - u_{n2}$, 就是 KVL 在闭合回路 1231 中的应用。或者说, 这样指定电压后, 对电路中所有回路自动满足 KVL, 不必另列方程, 只需要列出 KCL 方程, 使方程数减少为 $(n-1)$ 个, 而未知量也是 $(n-1)$ 个, 即只对 2 个独立的节点使用 KCL 列出电路方程, 求出节点电压, 并进而求出其他待求量。

为了使方程包含未知量 u_{n1} 、 u_{n2} , 首先运用欧姆定律找出各电阻上电压与电流的关系得

$$i_1 = G_1 u_{n1}, i_3 = G_3 u_{n2}, i_2 = G_2 (u_{12} - u_{S2}) = G_2 (u_{n1} - u_{n2} - u_{S2})$$

应用 KCL 列写独立节点方程, 得

$$\text{节点 1} \quad i_1 + i_2 + i_{S1} = 0 \quad (*)$$

$$\text{节点 2} \quad -i_2 + i_3 - i_{S3} = 0 \quad (**)$$

将用节点电压表示的电流代入式(*)和式(**), 得

$$\text{节点 1} \quad G_1 u_{n1} + G_2 (u_{n1} - u_{n2} - u_{S2}) = -i_{S1}$$

$$\text{节点 2} \quad -G_2 (u_{n1} - u_{n2} - u_{S2}) + G_3 u_{n2} = i_{S3}$$

经过整理后得

$$\text{节点 1} \quad (G_1 + G_2) u_{n1} - G_2 u_{n2} = G_2 u_{S2} - i_{S1}$$

$$\text{节点 2} \quad -G_2 u_{n1} + (G_2 + G_3) u_{n2} = -G_2 u_{S2} + i_{S3}$$

这就是以节点电压为未知量的节点方程。

若令 $i_{S11} = -i_{S1} + i_{S2}$, $i_{S22} = -i_{S2} + i_{S3}$, 其中 $i_{S2} = G_2 u_{S2}$, 并将自导与互导符号代入方程, 可以进一步写成

$$\begin{cases} G_{11} u_{n1} + G_{12} u_{n2} = i_{S11} \\ G_{21} u_{n1} + G_{22} u_{n2} = i_{S22} \end{cases} \quad (2-13)$$

这就是具有两个独立节点电路的节点电压方程的一般形式。 i_{S11} 、 i_{S22} 分别为流入节点 1、2 的电流源的代数和。当电流源流入节点时, 前面取“+”号; 流出节点时, 前面取“-”号。



2.5.2 节点电压法的计算步骤

节点电压法进行电路计算的主要步骤:

(1) 指定参考节点, 其余独立节点对参考节点的电压为该节点电压。规定其参考方向为由独立节点指向参考节点。

(2) 按自导、互导和电源符号的取值规则, 列出 $(n-1)$ 个独立节点的节点电压方程。

(3) 求解节点电压方程, 得出节点电压。

(4) 指定支路电流的参考方向, 根据欧姆定律求出各支路电流, 并求解其他待求量。

例 2-14

电路如图 2-30 所示, 试用节点电压法求支路电流。

解 假设节点 3 为参考节点, 根据式 (2-13) 可列出节点电压方程, 注意 $5\ \Omega$ 电阻不应该计入自导中。

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{20} + \frac{1}{4}\right)U_{n1} - \frac{1}{20}U_{n2} &= 12 \\ -\frac{1}{20}U_{n1} + \left(\frac{1}{20} + \frac{1}{6}\right)U_{n2} &= 3 + \frac{24}{6} \end{aligned}$$

联立求解可得

$$U_{n1} = 47.2\ \text{V}, U_{n2} = 43.2\ \text{V}$$

假设各支路电流的参考方向如图 2-30 所示, 可得

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{U_{n1}}{4} = 11.8\ \text{A} \\ I_2 &= \frac{U_{n2} + 24}{6} = 11.2\ \text{A} \\ I_3 &= \frac{U_{n1} - U_{n2}}{20} = 0.2\ \text{A} \end{aligned}$$

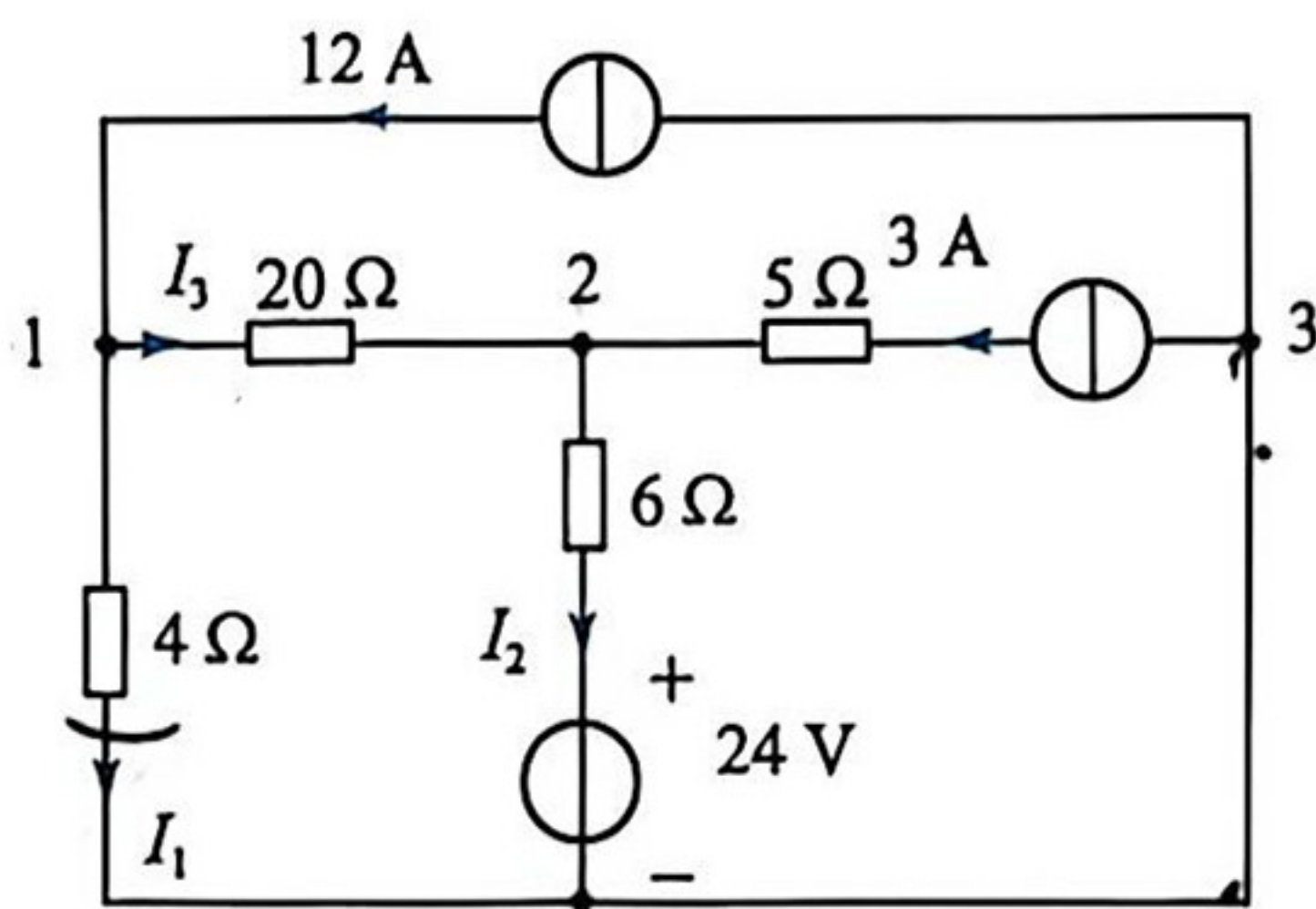


图 2-30 例 2-14 电路

2.5.3 含特殊支路的节点电压法

如果电路中的电压源没有电阻与之串联, 则无法直接应用式 (2-13) 列写方程, 可以采用以下方法:

(1) 如果电路中只有一个电压源, 或者虽有几个电压源, 但它们具有公共端, 则可以将电压源的一端 (公共端) 假设为参考节点, 另一端的节点电压就是已知量, 等于电压源的电压, 因而不必再对该节点列写节点电压方程, 其余各节点电压方程仍按一般形式列写。

(2) 如果电路中的电压源在两个独立节点之间, 把电压源中的电流也作为未知量列入节点电压方程, 并将电压源电压与有关节点电压的关系作为补充方程, 一并求解。

例2-15

电路如图 2-31 所示,试用节点电压法求电流 I 。

解 假设节点 3 为参考节点,则节点 2 的节点电压 $U_{n2}=2\text{ V}$ 为已知量,不必再对此节点列方程,则节点 1 的节点电压方程为

$$\left(\frac{1}{3}+1+\frac{1}{2}\right)U_{n1}-\left(1+\frac{1}{2}\right)U_{n2}=8$$

解得

$$U_{n1}=6\text{ V}$$

$$I=\frac{U_{n1}-U_{n2}}{1}+\frac{U_{n1}-U_{n2}}{2}=6\text{ A}$$

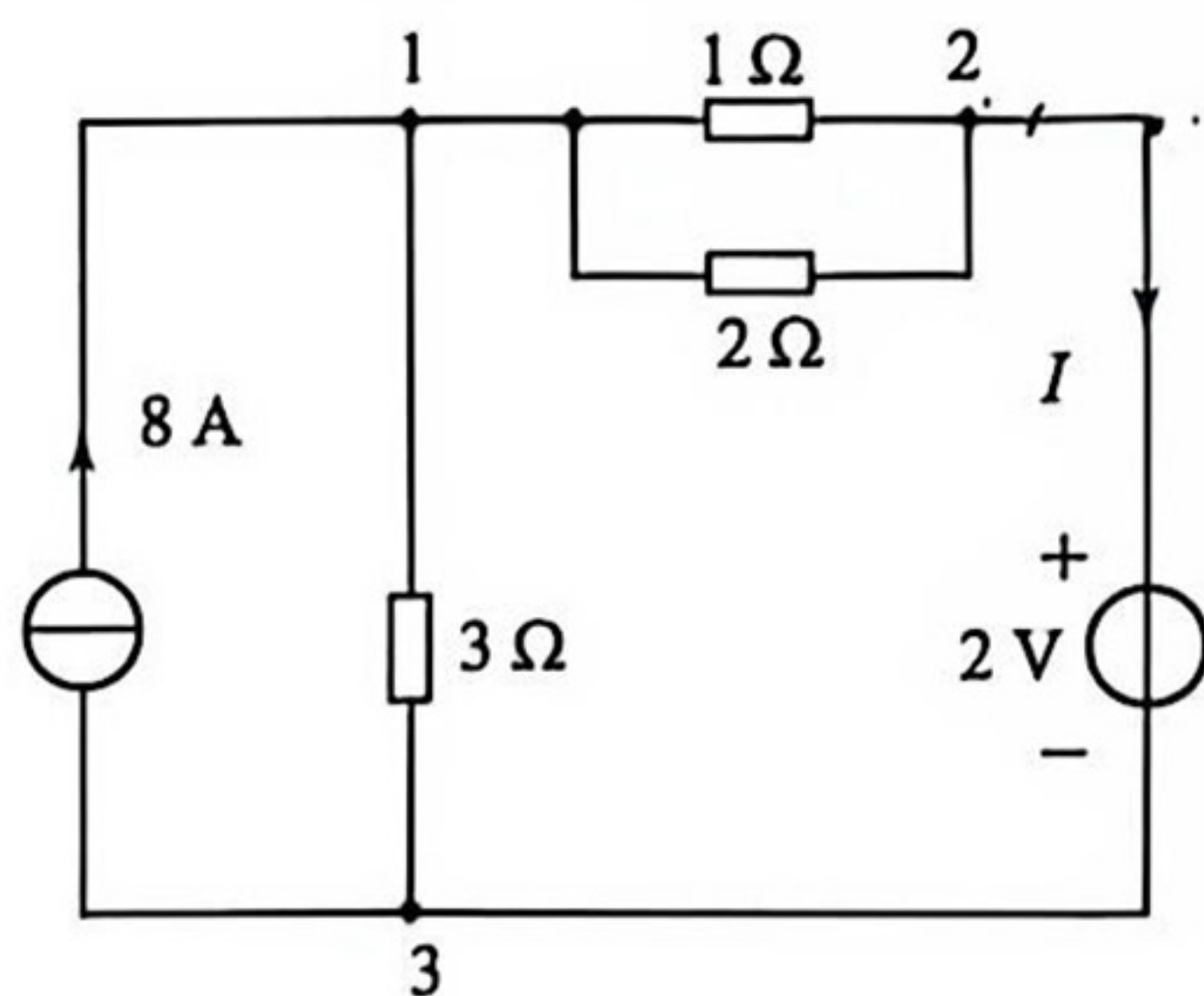


图 2-31 例 2-15 电路

例2-16

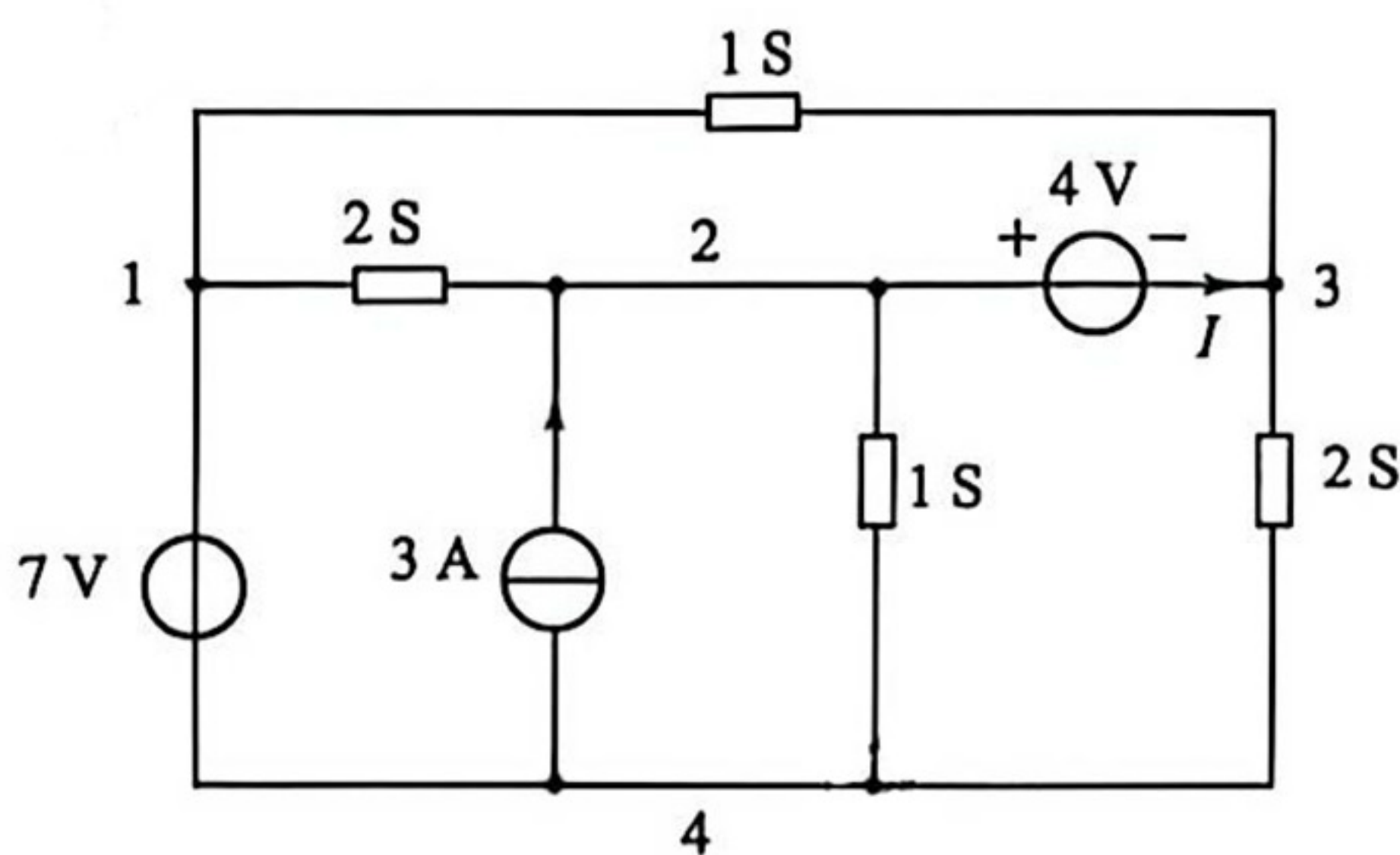


图 2-32 例 2-16 电路

电路如图 2-32 所示,试用节点电压法求电流 I 。

解 假设节点 4 为参考节点,则节点 1 的节点电压 $U_{n1}=7\text{ V}$ 为已知量,不必再对此节点列方程,而 4 V 电压源在两独立节点之间,设出其支路电流 I ,参考方向如图 2-32 所示,把电流 I 作为电流源电流的值表示在方程的右边,则可列出其他节点的节点电压方程为

$$-2 \times U_{n1} + (2+1) \times U_{n2} = 3 - I$$

$$-1 \times U_{n1} + (1+2)U_{n3} = I$$

补充方程为

$$U_{n2} - U_{n3} = 4$$

联立求解可得

$$U_{n2}=6\text{ V}, U_{n3}=2\text{ V}$$

练一练

1. 如果电路中有 n 个节点, 可列几个独立的节点电压方程?
2. 试问以下两种说法正确吗, 为什么?
 - (1) 与理想电流源串联的电阻对电路各节点的节点电压不产生任何影响。
 - (2) 与理想电压源并联的电阻对电路中其他支路电流不产生任何影响, 故也不影响各节点电位的大小。

2.6 叠加定理

本项目最后两节将介绍几个电路定理的应用, 以进一步理解电路的性质, 掌握一些新的分析方法。

叠加定理是线性电路的一个基本定理, 它体现了线性电路的基本性质, 是分析线性电路的基础。线性电路中的许多定理可以由叠加定理导出。



2.6.1 特例说明

如图 2-33(a) 所示, 根据 KCL 和 KVL 列方程得

$$\begin{cases} R_1 i_1 + R_2 i_2 = u_s & \text{①} \\ i_1 - i_2 + i_s = 0 & \text{②} \end{cases}$$

由式②得

$$i_2 = i_1 + i_s$$

代入式①得到

$$R_1 i_1 + R_2 (i_1 + i_s) = u_s$$

所以

$$i_1 = \frac{u_s - R_2 i_s}{R_1 + R_2}$$



叠加定理

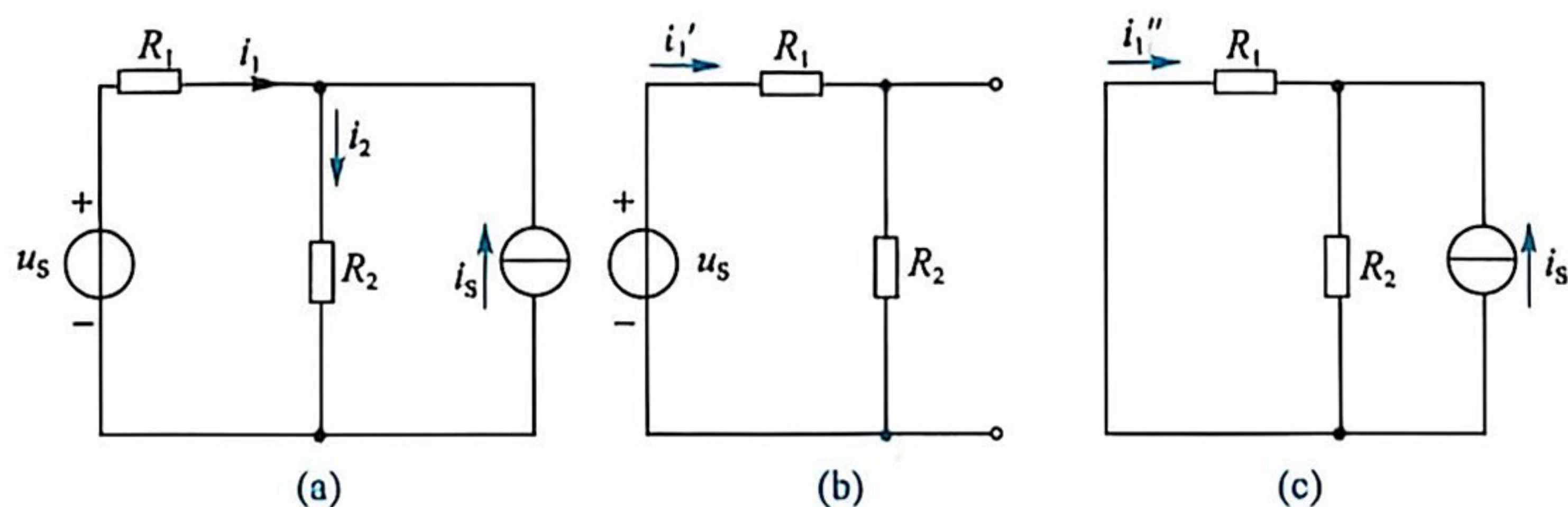


图 2-33 网络叠加性

将电流源去掉(开路), 考虑电压源单独作用时的情况, 等效电路如图 2-33(b) 所示。电阻 R_1 中流过的电流为