

练一练

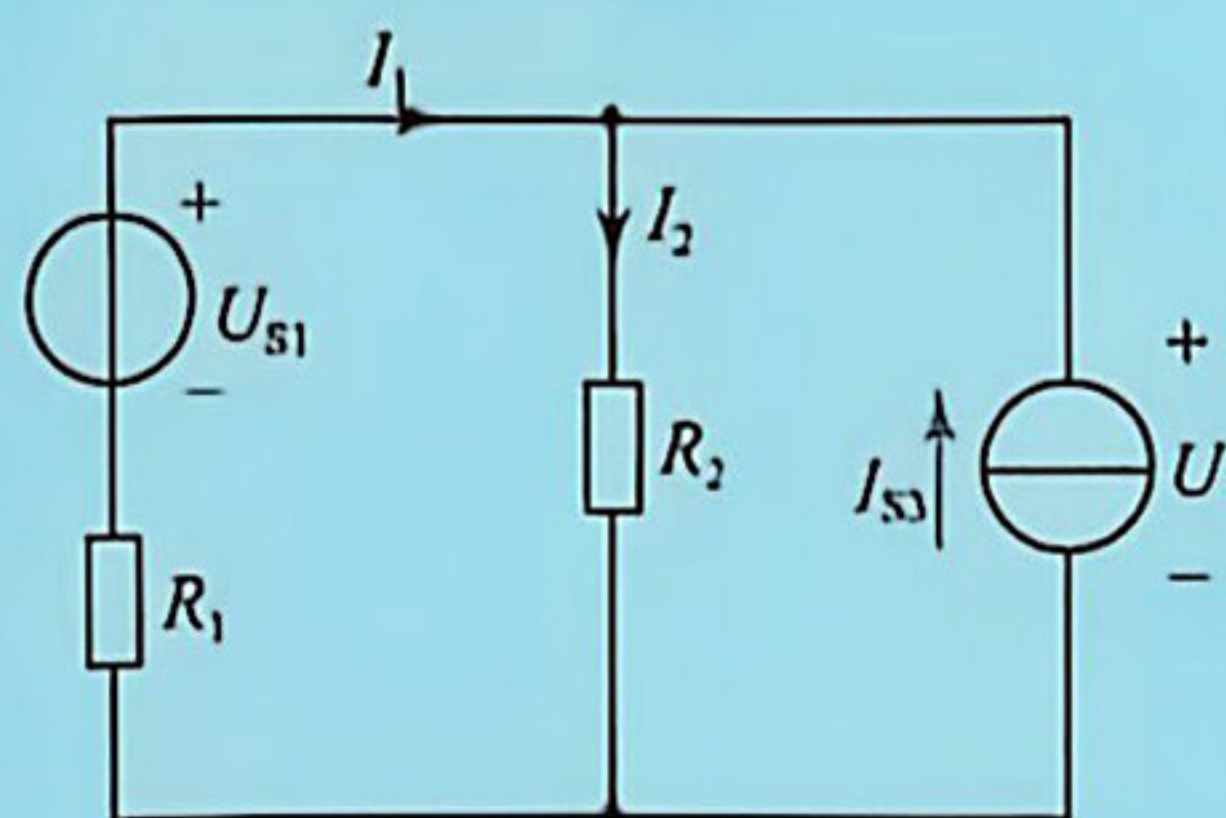


图 2-23 练一练电路

如图 2-23 所示电路中,已知 $R_1 = 1 \Omega$, $R_2 = 2 \Omega$, $U_{S1} = 5 \text{ V}$, $I_{S3} = 1 \text{ A}$ 。用支路电流法计算各支路电流。

2.4 网孔电流法

用支路电流法进行电路计算时,所列方程数目较多,为减少方程数,可选取网孔电流为电路的变量(未知量)列出方程,这种方法称为网孔电流法。

2.4.1 网孔电流法介绍

1. 网孔电流

网孔电流是一种假想的在电路的各个网孔里流动的电流。在如图 2-24 所示电路中,沿 3 个网孔流动的电流 i_{m1} 、 i_{m2} 、 i_{m3} 的参考方向如图所示。网孔电流的方向可任意假设。

电路中所有支路电流都可以用网孔电流表示。在图 2-24 所示电路中,根据网孔电流与支路电流的流向,可以确定支路电流与网孔电流的关系为

$$\begin{aligned} i_1 &= i_{m1} \\ i_2 &= i_{m1} - i_{m2} \\ i_3 &= -i_{m2} \\ i_4 &= -i_{m1} + i_{m3} \\ i_5 &= -i_{m3} \\ i_6 &= -i_{m2} + i_{m3} \end{aligned}$$

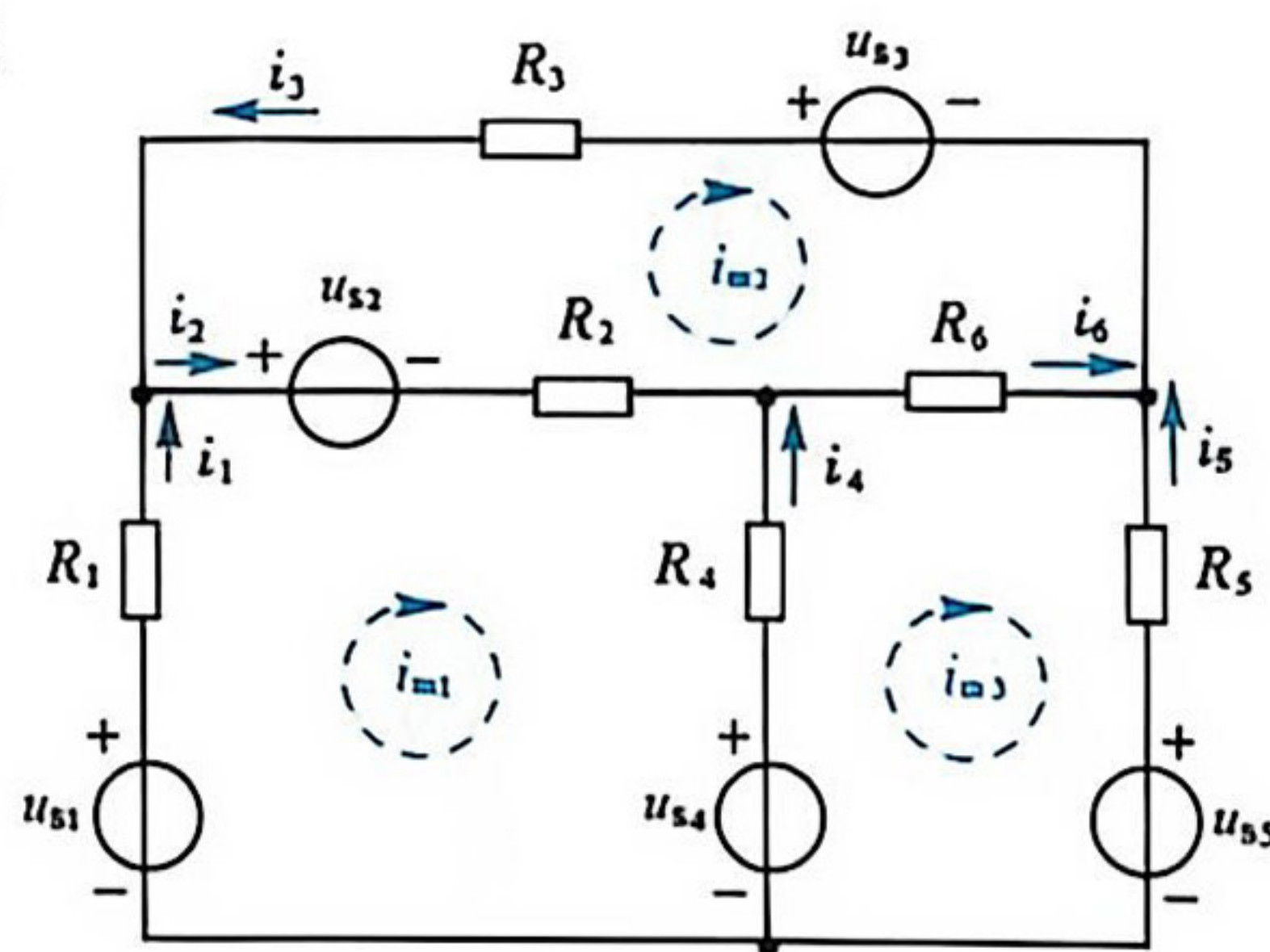


图 2-24 网孔分析举例

这样,只要求出各网孔电流,就可确定所有支路电流。

2. 网孔的自电阻与互电阻

电路中每个网孔本身的电阻之和,称为该网孔的自电阻,简称自阻。电路中相邻网孔共有的电阻,称为两个网孔的互电阻,简称互阻。

自阻总是取正值。互阻是个代数量。当两个相邻网孔的网孔电流以相同的方向流经互阻时,互阻取正值;反之,互阻取负值。两个网孔之间没有共用电阻时,互阻为零。

根据上述定义,在图 2-24 所示电路中,网孔的自阻分别为

$$R_{11} = R_1 + R_2 + R_4, R_{22} = R_2 + R_3 + R_6, R_{33} = R_4 + R_5 + R_6$$

互阻分别为

$R_{12}=R_{21}=-R_2$ (网孔 1 和 2 的电流流过电阻 R_2 时,方向相反,取“-”号)

$R_{13}=R_{31}=-R_4$ (网孔 1 和 3 的电流流过电阻 R_4 时,方向相反,取“-”号)

$R_{23}=R_{32}=-R_6$ (网孔 2 和 3 的电流流过电阻 R_6 时,方向相反,取“-”号)

3. 网孔电流方程

网孔电流是沿着闭合回路流动的,它从网孔中某一个节点流入,同时又从这个节点流出,也就是说,网孔电流在所有节点处都自动满足 KCL,因此不必对各独立节点另列 KCL 方程,所以省去了 $(n-1)$ 个方程。这样只需要列出 KVL 方程,使方程数减少为网孔数 $[b-(n-1)]$ 个,电路的变量——网孔电流也是 $[b-(n-1)]$ 个。即对于 3 个网孔,应用 KVL 列出网孔方程就可以求出网孔电流,并由支路电流与网孔电流的关系,进而求出支路电流。

在列写网孔方程时,原则上与支路电流法中列写 KVL 方程一样,只是需要用网孔电流表示各电阻上的电压,且当电阻中同时有几个网孔电流流过时,应该把各网孔电流引起的电压都计算进去。通常,选取网孔的绕行方向与网孔电流的参考方向一致,然后列出网孔方程。下面通过如图 2-24 所示电路加以说明。

对于如图 2-24 所示电路,首先按照支路电流法,以 3 个网孔为研究对象,沿网孔电流的绕行方向列出 KVL 方程,有

$$\text{网孔 1} \quad R_1 i_1 + R_2 i_2 - R_4 i_4 - u_{S1} + u_{S2} + u_{S4} = 0$$

$$\text{网孔 2} \quad -R_2 i_2 - R_3 i_3 - R_6 i_6 - u_{S2} + u_{S3} = 0$$

$$\text{网孔 3} \quad R_4 i_4 - R_5 i_5 + R_6 i_6 - u_{S4} + u_{S5} = 0$$

将支路电流用网孔电流替代,得到

$$\text{网孔 1} \quad R_1 i_{m1} + R_2 (i_{m1} - i_{m2}) - R_4 (-i_{m1} + i_{m3}) = u_{S1} - u_{S2} - u_{S4}$$

$$\text{网孔 2} \quad -R_2 (i_{m1} - i_{m2}) - R_3 (-i_{m2}) - R_6 (-i_{m2} + i_{m3}) = u_{S2} - u_{S3}$$

$$\text{网孔 3} \quad R_4 (-i_{m1} + i_{m3}) - R_5 (-i_{m3}) + R_6 (-i_{m2} + i_{m3}) = u_{S4} - u_{S5}$$

经过整理后,得到

$$\text{网孔 1} \quad (R_1 + R_2 + R_4) i_{m1} - R_2 i_{m2} - R_4 i_{m3} = u_{S1} - u_{S2} - u_{S4}$$

$$\text{网孔 2} \quad -R_2 i_{m1} + (R_2 + R_3 + R_6) i_{m2} - R_6 i_{m3} = u_{S2} - u_{S3}$$

$$\text{网孔 3} \quad -R_4 i_{m1} - R_6 i_{m2} + (R_4 + R_5 + R_6) i_{m3} = u_{S4} - u_{S5}$$

这就是以网孔电流为未知量列写的 KVL 方程,称为网孔方程。若将自阻与互阻符号代入方程,方程组可以进一步写为

$$\begin{cases} R_{11} i_{m1} + R_{12} i_{m2} + R_{13} i_{m3} = u_{S11} \\ R_{21} i_{m1} + R_{22} i_{m2} + R_{23} i_{m3} = u_{S22} \\ R_{31} i_{m1} + R_{32} i_{m2} + R_{33} i_{m3} = u_{S33} \end{cases} \quad (2-12)$$

式中, $u_{S11} = u_{S1} - u_{S2} - u_{S4}$, $u_{S22} = u_{S2} - u_{S3}$, $u_{S33} = u_{S4} - u_{S5}$ 。各电压源电压按绕行方向,是由负极到正极,取“+”号,反之为“-”号。



2.4.2 网孔电流法的计算步骤

网孔电流法进行电路计算的主要步骤如下:

- (1) 选定各网孔电流的参考方向,并以此方向作为回路的绕行方向。
- (2) 按自阻、互阻和电源符号的取值规则,列写每个网孔电流方程。

(3) 求解网孔电流方程, 得出网孔电流。

(4) 指定支路电流的参考方向, 按照支路电流与网孔电流的关系, 求出支路电流, 并求解其他待求量。



2.4.3 含特殊支路的网孔电流法

如果电路中的电流源没有电阻与之并联, 则无法直接应用式(2-12)列写方程, 可以采用以下方法:

(1) 如果能使电流源中只有一个网孔电流流过, 这时该网孔电流等于电流源电流, 成为已知量, 因而不必再对这个网孔列写网孔电流方程。

(2) 把电流源的电压也作为未知量列入网孔电流方程, 并将电流源电流与有关网孔电流的关系作为补充方程, 一并求解。

例2-12

电路如图 2-25 所示, 试用网孔电流法求支路电流 I 、 $I_{2\Omega}$ 、 $I_{4\Omega}$ 及电压 U 。

解 标定网孔电流 I_{m1} 、 I_{m2} 、 I_{m3} 的参考方向如图 2-25 所示。网孔 3 中有一个 1 A 的理想电流源, 且在边界支路, 故 $I_{m3} = 1$ A, 因而不需要再列写网孔 3 的方程。按照网孔电流法的规则, 分别列出网孔 1、网孔 2 的方程为

$$\text{网孔 1} \quad (1+2+1)I_{m1} - 2I_{m2} + I_{m3} = -2$$

$$\text{网孔 2} \quad -2I_{m1} + (2+4+1)I_{m2} + 4I_{m3} = 0$$

将 $I_{m3} = 1$ A 代入, 整理得到联立方程为

$$\begin{cases} 4I_{m1} - 2I_{m2} = -3 \\ -2I_{m1} + 7I_{m2} = -4 \end{cases}$$

解得

$$I_{m1} = -\frac{29}{24} \text{ A}, I_{m2} = -\frac{11}{12} \text{ A}$$

所以

$$I = I_{m1} + I_{m3} = -\frac{29}{24} \text{ A} + 1 \text{ A} = -\frac{5}{24} \text{ A}$$

$$I_{2\Omega} = I_{m1} - I_{m2} = -\frac{29}{24} \text{ A} + \frac{11}{12} \text{ A} = -\frac{7}{24} \text{ A}$$

$$I_{4\Omega} = -I_{m2} - I_{m3} = \frac{11}{12} \text{ A} - 1 \text{ A} = -\frac{1}{12} \text{ A}$$

$$U = 1 \Omega \times I = -\frac{5}{24} \text{ V}$$

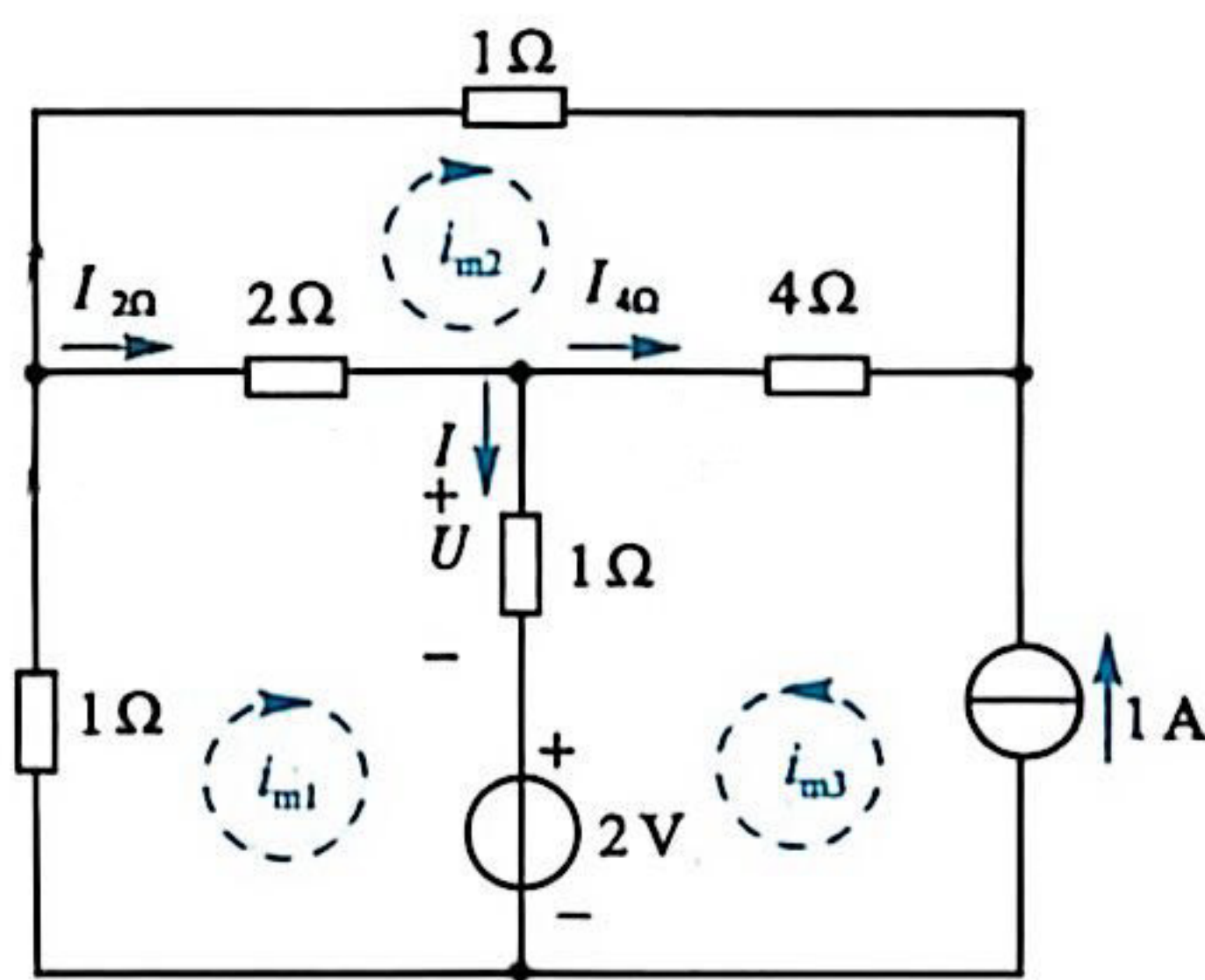


图 2-25 例 2-12 电路

例2-13

电路如图 2-26(a) 所示, 试用网孔电流法求网孔电流 I_a 及 I_b 。

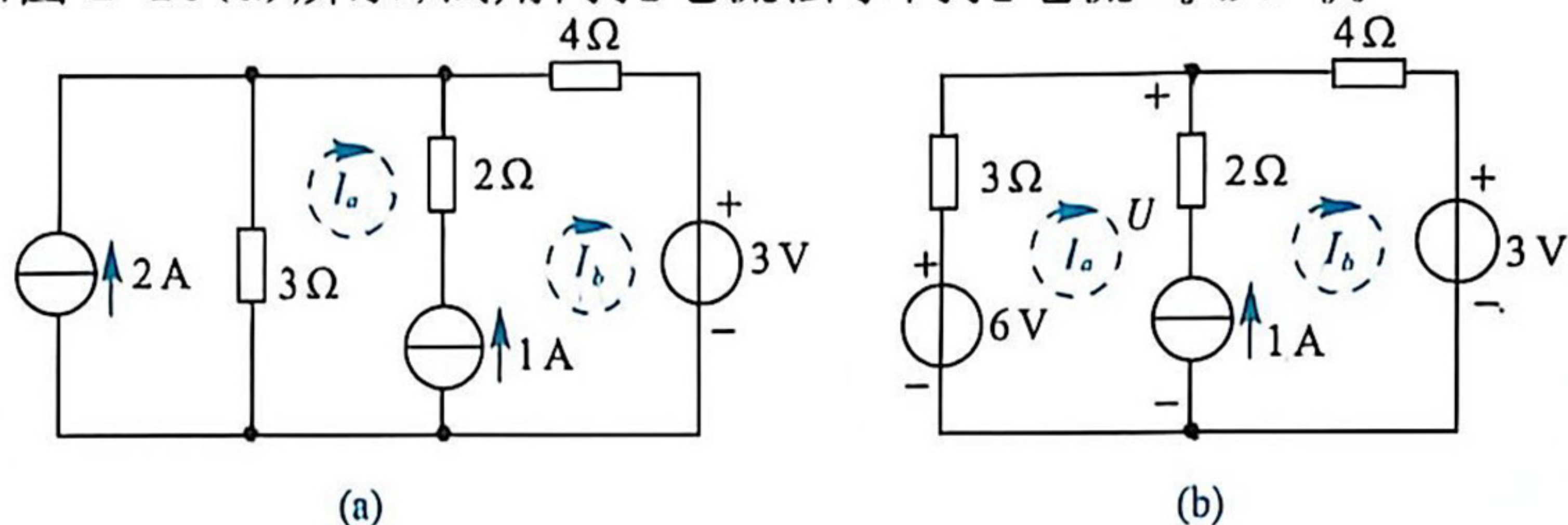


图 2-26 例 2-13 电路

解 图 2-26(a) 所示电路, 含有理想电流源和电阻并联的支路。首先将其化为等效的电压源和电阻串联的支路, 如图 2-26(b) 所示。

对于 1 A 的理想电流源支路, 设支路的端电压为 U , 引进辅助方程

$$-I_a + I_b = 1$$

按照网孔电流法的规则, 分别列出网孔 a 、 b 的方程为

$$\begin{cases} 3I_a = 6 - U \\ 4I_b = -3 + U \end{cases}$$

与辅助方程联立, 解得

$$I_a = -\frac{1}{7} \text{ A}, I_b = \frac{6}{7} \text{ A}, U = \frac{45}{7} \text{ V}$$

练一练

1. 用网孔法求图 2-27 所示电路的支路电流。
2. 用网孔法求图 2-28 所示电路的电压 U 。

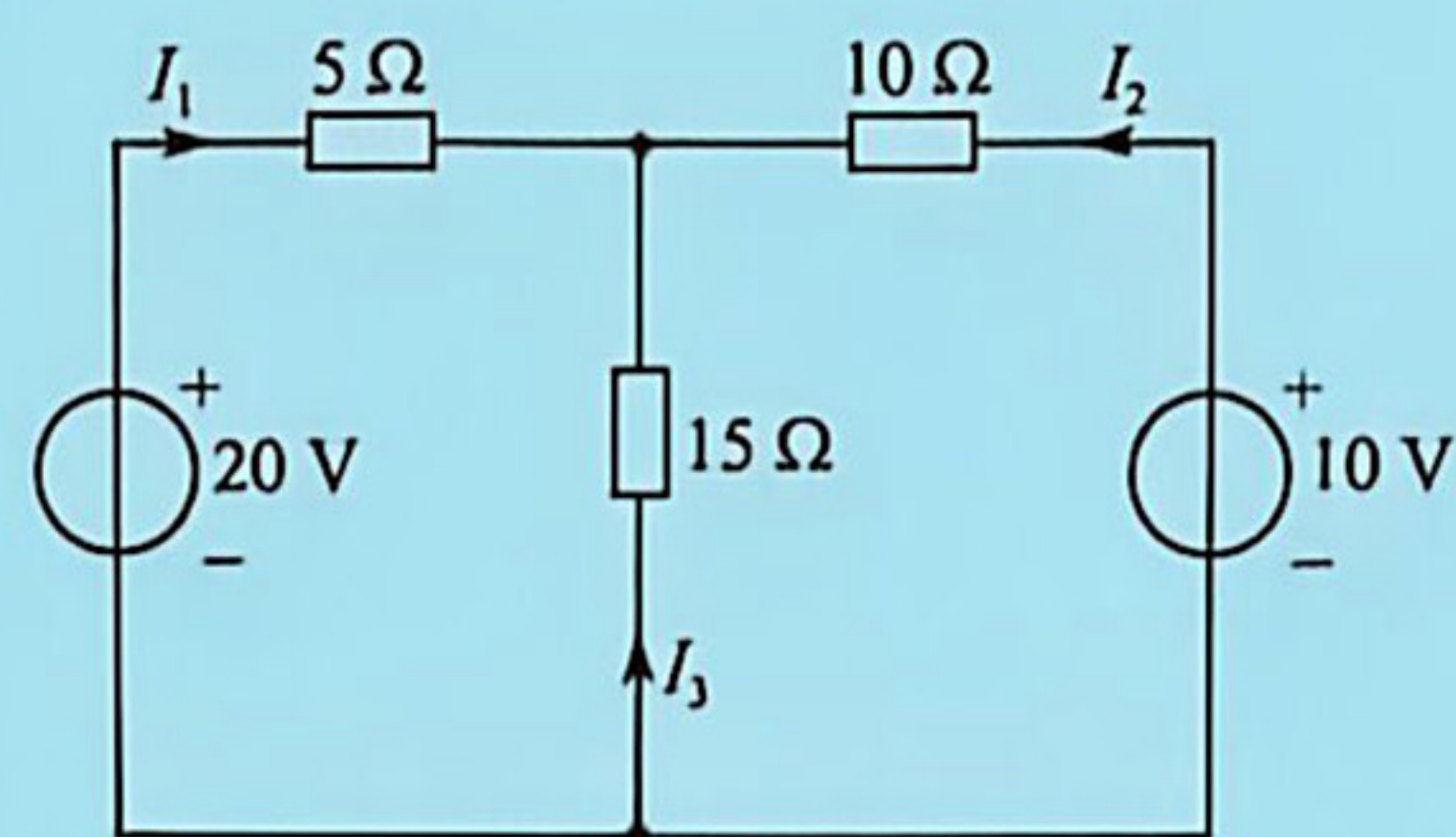


图 2-27 练一练 1 电路

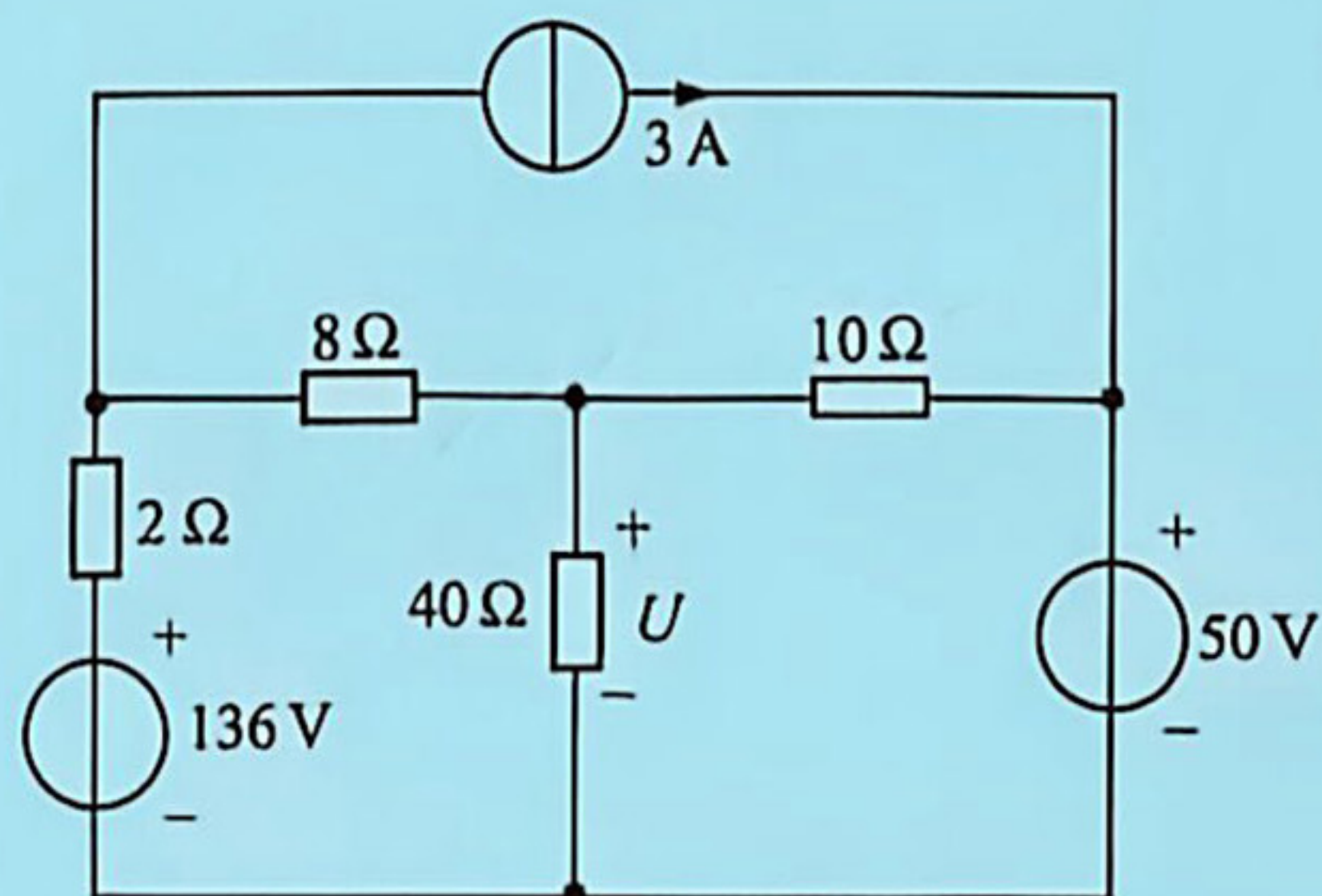


图 2-28 练一练 2 电路